

# KOALA (Kombinatoryka. Algorytmika. Logika)

Drużynowy konkurs organizowany  
przez V Liceum Ogólnokształcące  
im. Kludyny Potockiej w Poznaniu



Poniżej znajduje się 10 zadań pierwszego etapu konkursu II edycji (2015 r.).

Za podanie poprawnej odpowiedzi do każdego z nich można otrzymać 1 pkt.

Czas pracy to 45 minut. Po zakończeniu rozwiązywania zadań prosimy, aby w ciągu 5-10 minut wpisać odpowiedzi do formularza dostępnego pod adresem: <http://2015.koala.vlo.poznan.pl/>

Powodzenia!

## 1. Parity

Each row in the table below shows an 8-bit byte of a block of PC memory. Each byte should have an even number of 1 bits. Further, each bit position (column) should also have an even number of 1 bits.

bit position	ABCDEFGH
byte 1	11001100
byte 2	11100110
byte 3	10000111
byte 4	10111101

There is a defective bit in the memory block.  
Which bit of which byte is defective?



## 2. Koszule

Pewien schludny informatyk każdego dnia rano ubiera świeżą koszulę. Zawsze w poniedziałek przed pójściem do pracy zanosi brudne koszule do pralni i odbiera równocześnie te, które zaniósł tam tydzień wcześniej. Ile co najmniej musi mieć koszul?

## 3. Agenci wywiadu

Sześciu tajnych agentów wywiadu, przebywających na terenie różnych państw, ma obowiązek codziennie wymieniać się nowo zdobytymi informacjami. Ze względów bezpieczeństwa komunikacja odbywa się z użyciem telefonów stacjonarnych.

Połączeń telefonicznych powinno być jak najmniej.

Ile najmniej rozmów telefonicznych potrzeba każdego dnia, aby każdy z agentów poznał wszystkie informacje? Zakładamy, że w czasie jednej rozmowy dwóch agentów wymienia się również wiedzą zdobytą w czasie innych rozmów telefonicznych.



## 4. Teleturniej 2

Uczestnicy teleturnieju otrzymali zadanie, które polega na tym, aby w jak najmniejszej liczbie ruchów spowodować, że wszystkie litery pewnego ciągu liter będą równe. Każdy ma do dyspozycji tablet. Naciskając odpowiednio nad lub pod wybraną literą może zastąpić tę literę następną literą w alfabecie łacińskim (o ile jest to możliwe) lub poprzednią literą w alfabecie (o ile jest to możliwe).

Oto przykład: Dla ciągu liter AAD rywalizację wygra ten, kto otrzyma AAA, naciskając trzykrotnie poniżej D.

Określ najmniejszą możliwą liczbę ruchów potrzebną do ujednocnienia liter ciągu znaków KOALA.

Uwaga. Alfabet łaciński wygląda tak: A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z.

## 5. Kryterium Koali

Ciągiem rosnącym spełniającym *kryterium Koali* będziemy nazywać ciąg liczb naturalnych o takiej własności, że każda kolejna liczba ciągu jest większa niż suma wszystkich poprzedzających ją liczb.

Na przykład, ciąg 1, 2, 4, 12, 22 jest przykładem takiego ciągu, ponieważ  $1 < 2$ ,  $1+2 < 4$ ,  $1+2+4 < 12$  i  $1+2+4+12 < 22$ . Z drugiej strony 1, 2, 4, 6, 17 nie jest przykładem takiego ciągu, ponieważ  $1+2+4 > 6$ .

Znajdź najdłuższy ciąg spełniający *kryterium Koali*, powstały poprzez wybranie liczb ze zbioru: 5, 7, 9, 13, 24, 30, 40, 50, 60. Jako odpowiedź podaj kolejne wyrazy ciągu, oddzielając je przecinkami.

## 6. Prom kosmiczny

Znajdujesz się w promie kosmicznym lata świetlne od Ziemi.

Jutro w Twoim rodzinnym mieście jest koncert Twojego ulubionego zespołu i chcesz wrócić do domu.

Napęd promu ma usterkę i funkcjonuje w dziwny sposób:

– Jeśli jesteś w odległości od Ziemi, która jest wielokrotnością 3 lat świetlnych, to wywołanie instrukcji *skoku* pozwoli Ci w ciągu godziny zbliżyć się do naszej planety o dwie trzecie ( $\frac{2}{3}$ ) odległości.

– W przypadku odległości od Ziemi, która nie jest wielokrotnością 3 lat świetlnych o efekcie wywołania instrukcji *skoku* decyduje przypadek: możesz w ciągu godziny zbliżyć się do naszej planety o 1 rok świetlny, albo o 1 rok świetlny oddalić się od niej.

– Instrukcję *skoku* możesz wywoływać tylko raz w ciągu godziny.

Na przykład, gdyby początkowa odległość od Ziemi wynosiła 10 lat świetlnych, to jest szansa, że znajdziesz się kolejno w odległości: 9, 3, 1, 0 lat świetlnych od Ziemi, a więc wrócisz do domu w 4 godziny. Może się jednak zdarzyć, że podróż potrwa np. 6 godzin (tzn., że znajdziesz się kolejno w odległości 11, 12, 4, 3, 1, 0).

Jaki jest najkrótszy możliwy czas powrotu na Ziemię, jeśli jesteś w odległości 836 lat świetlnych od planety?



## 7. Pręty uranowe

Ze względów bezpieczeństwa wysoko reaktywne pręty uranowe należy przechowywać w taki sposób, że każdy z nich powinien znajdować się w największej możliwej odległości od innych, wcześniej umieszczonych w magazynie. Po umieszczeniu pręta w jednym miejscu, nie wolno już go przemieszczać.

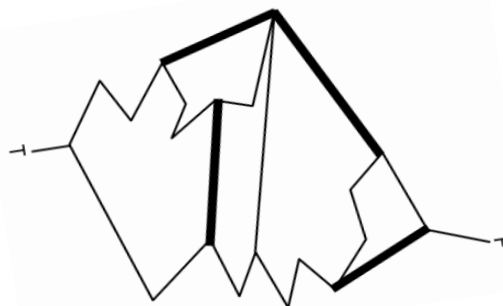
W nowo wybudowanym magazynie jest 89 pomieszczeń, położonych jedno obok drugiego (w linii prostej). Ponieważ nikt nie ma pojęcia, ile prętów będzie przechowywanych w magazynie, pierwszy postanowiono umieścić w pomieszczeniu nr 1, a drugi w pomieszczeniu nr 89. W których pomieszczeniach może być umieszczony szósty z kolei pręt dostarczony do magazynu?

Numery pomieszczeń oddziel przecinkami.

## 8. Opłaty drogowe

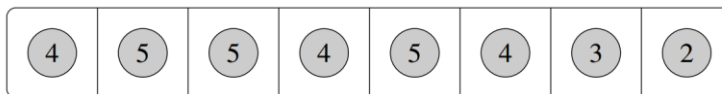
Na rysunku przedstawiona jest sieć płatnych dróg, którymi możesz dojechać z miasta T do miast F. Opłaty za przejazd odcinkami dróg, tworzącymi na rysunku odcinki łamanych, wynoszą odpowiednio: 10 złoty (na drogach zaznaczonych cienkimi liniami) lub 30 złotych (na drogach zaznaczonych grubymi liniami).

Jaki jest najniższy koszt podróży z punktu T do punktu F? (Uwzględnij opłatę za przejazd odcinkiem drogi wychodzącej z T i opłatę za przejazd odcinkiem drogi prowadzącej do F).



## 9. Gra planszowa

Ania i Beata grają w grę planszową, w której używa się tylko jednego pionka. Plansza gry składa się z szeregu pól, na których zapisane są liczby.



Grę rozpoczyna Ania przez postawienie pionka na jednym z pierwszych dwóch pól po lewej stronie planszy (rysunek powyżej). Dziewczyny na przemian wykonują swe ruchy. Za każdym razem pionek jest przesuwany o jedno lub dwa pola w prawo. Liczba zapisana na danym polu oznacza liczbę zdobytych w danym ruchu punktów. Gra kończy się, gdy ruch w prawo nie jest już możliwy.

Jaką różnicą punktów wygra Ania? Zakładamy, że dziewczyny zawsze stosują optymalną strategię (tzn. każda z dziewczyn w każdym kroku dokonuje wyboru najlepszego z możliwych dla niej).

## 10. Odcinek na ekranie

Na ekranie monitora odcinek można przedstawić tylko w sposób przybliżony. Stosuje się konstrukcję zwaną algorytmem Bresenhama. Startując od lewego górnego rogu ekranu, tj. piksela o współrzędnych (0,0), wybieramy piksele najlepiej przybliżające odcinek, wykonując ruchy poziome (kod S) lub po przekątnej (kod T).

Konstrukcję odcinka łączącego punkty o współrzędnych (0,0) i (18, 6), przedstawioną na rysunku, można zakodować tak: ST5(2ST)S, gdzie zapis 5(2ST) jest skrótem kodu SSTSSTSSTSSTSST.

Co wpisać zamiast X i Y, aby kod S4(TS)XY(TS)S4(TS) był kodem odcinka łączącego punkty (0,0) i (29,13)?

